

TD : Dérivées (Chapitre 6)

MAJ : 3 septembre 2026

✍ A faire en classe

Exercice 1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes sans de déterminer les ensembles sur lesquels les fonctions sont dérivables.

1. $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 7$

2. $f(x) = \frac{4x-1}{7x+2}$

3. $f(x) = \frac{x}{x^2-3}$

4. $f(x) = 6\sqrt{x}$

5. $f(x) = 4\sin x + \cos(2x)$

6. $f(x) = \cos(-2x+5)$

7. $f(x) = \sin(x^2)$

8. $f(x) = \sin^2(x)$

9. $f(x) = \tan(x)$

10. $f(x) = (2x-5)^4$

11. $f(x) = \sqrt{4x^2-3}$

12. $f(x) = \left(\frac{4x-1}{x+2}\right)^3$

Exercice 2. Dans chacun des cas suivants, justifier brièvement pourquoi la fonction f est dérivable, calculer $f'(x)$ et fournir l'ensemble de dérivabilité de f , $D_{f'}$.

1. $f(x) = \frac{3x^2-5}{2x+3}$

2. $f(x) = (2-3x^2)\sqrt{x}$

3. $f(x) = \sin(1-2x)$

4. $f(x) = \sqrt{2x^2+3x+4}$

5. $f(x) = (6x^2+3x+7)^3$

6. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x-3}}$

7. $f(x) = \frac{1}{2x^2-1}$

8. $f(x) = \frac{1-\sin x}{3+\cos x}$

9. $f(x) = \cos^5(x)$

10. $f(x) = \sqrt{\frac{3x}{2-x}}$

Exercice 3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^2e^{-x}$

2. $f(x) = \sqrt{x}e^{2x}$

3. $f(x) = \ln(6x^2+1)$

4. $f(x) = 2\ln(x) + x + 2$

5. $f(x) = x\ln(x)$

6. $f(x) = 2e^{-3x}\ln(x)$

Exercice 4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{10x+4}{5x^2+1}$.

1. Déterminer pour tout $x \in \mathbb{R}$ l'expression de $f'(x)$.

2. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.

3. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentant f au point A d'abscisse 0.

4. Étudier la position relative de cette tangente et de la courbe représentant la fonction f .

✍ En classe si le temps le permet ou chez soi

Exercice 5. Déterminer les polynômes P non nuls tels qu'il existe un réel a tel que $P = aP'^2$.

1. Déterminer de tels polynômes P (et la valeur de a associée).

Exercice 6. Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe de f . Soit M un point de $\mathcal{C}_f$ et A le point de coordonnées $(2; 0)$.

1. À l'aide du graphique, déterminer graphiquement les coordonnées de M pour que la distance AM soit minimale.

2. On note x l'abscisse de M et on pose $g(x) = AM$. Montrer que pour tout $x \geq 0$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$.
3. Justifier que g est définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ et déterminer $g'(x)$.
4. En déduire les variations de g .
5. Refaire la question 1) par le calcul.